

Prof. Dr. Alfred Toth

Logische Designation und Einbettung

1. Die aristotelische Logik beruht auf vier sog. Grundgesetzen des Denkens – zu den folgenden drei, welche die 2-Wertigkeit dieser Logik verbürgen, kommt noch der Satz vom Grunde, der dazu dient, Zirkelschlüsse auszuschließen und für unser Anliegen im folgenden ohne Belang ist.

Satz der Identität: $p \equiv p$.

Satz vom Widerspruch: $\neg (p \wedge \neg p)$

Satz vom ausgeschlossenen Dritten: $p \vee \neg p$.

2. Man kann somit die 2-wertige aristotelische Logik als System der folgenden Form notieren (mit P = Position und N = Negation)

$$L = [P, N]$$

notieren. Nun gilt jedoch für P und N: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht" (Günther 2000, S. 230 f.). Diese Ansicht wird selbst von Wittgenstein vertreten: "p und $\neg p$ haben entgegengesetzten Sinn, aber es entspricht ihnen eine und dieselbe Wirklichkeit" (Tractatus, 4.0621). Das bedeutet also, daß die folgende Gleichung gilt

$$L = [P, N] = [N, P].$$

3. Um zu vermeiden, daß somit $L = L^{-1}$ ist, behilft sich die 2-wertige Logik einer Art von Trick: "Die klassische Tradition der Logik setzt voraus, daß eine totale Disjunktion zwischen Subjekt und Objekt, zwischen Bewußtseinsprozeß und Bewußtseinsinhalt, also zwischen Reflexion und reflexionslosem Sein existiert. Dieser Dichotomie entspricht die zweiwertige Logik, der eine

Wert als positiv und der andere als negativ betrachtet wird. Diese Unterscheidung fällt in der klassischen Theorie mit der zwischen designierendem und designationsfreiem Wert zusammen. Der positive Wert ist immer zugleich der designierende. Und der designationsfreie Wert ist der Index der Subjektivität, die sich aus dem Bild dieses Seins ausgeschlossen hat" (Günther 1980, S. 140).

4. Die Abbildung logischer Designation auf P und logischer Nicht-Designation auf N ist somit innerhalb der aristotelischen Logik völlig willkürlich. Man kann sie allerdings formal einwandfrei definieren, und zwar mit Hilfe des in Toth (2014) eingeführten Einbettungsoperators E. Angewandt auf L, definiert dieser das "thematische Gefälle" zwischen Designation und Nicht-Designation als Einbettungsrelation.

$$E_1(L) = [P, [N]].$$

$$E_2(L) = [[P], N]$$

Aus den linearen Ordnungen $L = [P, N]$ und $L = [N, P]$ sind damit zwei nicht-lineare Ordnungen entstanden. Wegen der Möglichkeit, daß P und N zusätzlich ihre Positionen vertauschen können, ist dieses Paar jedoch nicht vollständig, denn wir bekommen zusätzlich

$$E_3(L) = [N, [P]]$$

$$E_4(L) = [[N], P],$$

d.h. die pseudo-heterarchischen¹ Ordnungen $L = [P, N]$ und $L = [N, P]$, die in Wahrheit wegen der Abbildung der positiven Designation auf P und der negativen Nicht-Designation auf N selbst eine Nicht-Linearität in linearem Gewande darstellt, werden nun auf ein Quadrupel der Form

¹ Günther argumentiert umgekehrt: Er geht wegen der Bijektion der Abbildung von designiertem Wert $W \rightarrow P$ und nicht-designiertem Wert $F \rightarrow N$ davon aus, daß $L = [P, N]$ und $L = [N, P]$ hierarchische Ordnungen sind. Tatsächlich sind sie aber rein formal gesehen natürlich heterarchisch, weil L ja als Zwillingsordnung auftritt, dies liegt wiederum daran, daß die Designationsabbildung in der aristotelischen Logik ja nicht formal eingeführt wird. Dieser Unterschied der Argumentation ist aber für die unsere völlig ohne Belang.

$$E_1(L) = [P, [N]] \quad E^{-1}_1(L) = [[N], P]$$

$$E_2(L) = [[P], N] \quad E^{-1}_2(L) = [N, [P]]$$

Damit stellt wegen $W \rightarrow P$ und $F \rightarrow N$ auch das entsprechende System der Ordnung der Wahrheitswerte $V = [W, F]$ und $V = [F, W]$ ein Quadrupel dar

$$E_1(L) = [W, [F]] \quad E^{-1}_1(L) = [[F], W]$$

$$E_2(L) = [[W], F] \quad E^{-1}_2(L) = [F, [W]].$$

Wir haben somit ohne Einführung eines dritten Wertes neben W und F , d.h. ohne einen der drei die 2-wertige Logik garantierenden Grundgesetze durch Anwendung von E auf L diese Grundgesetze selbst außer Kraft gesetzt, denn in Sonderheit gelten nun zwar

$$\neg [W, [F]] = [[F], W]$$

$$\neg [[W], F] = [F, [W]]$$

aber es ist

$$\neg [W, [F]] \neq [F, [W]]$$

$$\neg [[W], F] \neq [[F], W].$$

Da somit alle vier Einbettungsrelationen paarweise verschieden sind, sind mit dem Drittensatz auch der Identitätssatz und der Widerspruchssatz außer Kraft gesetzt. Der Einbettungsoperator E führt somit eine Art von relationalem Tertium in die 2-wertige aristotelische Logik ein, ohne ein materiales Tertium als dritten Wert zu benötigen.

5. Wir stehen somit vor einer völlig neuen Logik, denn wir haben nun eine Abbildung

$$e: [W, F] \rightarrow [[W, [F]], [[F], W], [[W], F], [F, [W]]],$$

und somit müssen nicht nur die monadischen, sondern auch alle höheren Wahrheitswertfunktoren, in Sonderheit also die 16 dyadischen (vgl. z.B. Menne 1991, S. 34 f.) redefiniert werden. Z.B. muß die Konjunktionsfunktion

p	q	$p \wedge q$
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	F

durch die folgende neue Konjunktionsfunktion ersetzt werden

p	q	$p \wedge q$
W	[W]	
[W]	W	
W	[F]	
[W]	F	
F	[W]	
[F]	W	
F	[F]	
[F]	F	

wobei die Werte von $(p \wedge q)$ vorderhand noch völlig unklar sind, denn jede Argumentstruktur der nunmehr 8 anstatt 4 Ordnungen besagt ja zweierlei: 1. welcher der beiden Werte W und F designiert und welcher nicht-designiert ist, und 2. in welcher Ordnung designierte und nicht-designierte Werte stehen, und nur das Letztere wird durch die 4 Ordnungen der aristotelischen Wahrheitswertfunktionen ausgedrückt. Z.B ist also in den Strukturen [W, [W]] und [[W], W] W zwar in beiden Fällen im Widerspruch zur 2-Wertigkeit der aristotelischen Logik sowohl designiert als auch nicht-designiert, aber im ersten Falle ist designiertes W dem nicht-designierten W hierarchisch über-, im zweiten Falle aber untergeordnet.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980

12.11.2014